

* الجبر *

$Z \rightarrow \begin{cases} \text{Re حقيقي} \\ \text{Im تخيلي} \end{cases}$
 * الأعداد المركبة *
 $i = \sqrt{-1}$ و $i^2 = -1$ و $i^3 = -i$ و $i^4 = 1$

المرافق ← تغيير إشارة الجزء التخيلي

$$Z = 1 + i$$

$$Z' = 1 - i$$

$$Z = 1 - \sqrt{3}i$$

$$Z' = 1 + \sqrt{3}i$$

$$Z = x + iy$$

قانون القياس $\rightarrow r = |Z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ أو القياس

أو القياس المطلقة

قانون زاوية العدد المركب $\rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ أو السعة

Polar

قانون الصورة القطبية $\rightarrow Z = r [\cos \theta + i \sin \theta]$ أو الثلاثية للأعداد المركبة

$$Z = r \cdot e^{i\theta}$$

قانون أويلر $\rightarrow$

$$z = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$x = 2, y = 2\sqrt{3}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right) = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

الصورة
المقطبية

$$z = r[\cos \theta + i \sin \theta]$$

$$z = 4\left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right]$$

أويلر

$$z = r \cdot e^{i\theta}$$

$$z = 4 \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$z = 1 + i$$

$$x = 1, y = 1$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$z = r[\cos \theta + i \sin \theta]$$

الصورة
المقطبية

$$z = \sqrt{2}[\cos 45 + i \sin 45]$$

Daily Notes

ملاحظات يومية

Tasks

مهام

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐

$$z = r \cdot e^{i\theta}$$

$$z = \sqrt{2} \cdot e^{i45}$$

$$Z = 1 + \sqrt{3}i$$

$$x = 1, y = \sqrt{3}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = 60^\circ$$

الصيغة القطبية

$$Z = r [\cos \theta + i \sin \theta]$$

$$Z = 2 [\cos 60 + i \sin 60]$$

أويلر

$$Z = r \cdot e^{i\theta} = 2 \cdot e^{60i}$$

$$Z = -3i$$

$$x = 0, y = -3$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 3$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-3}{0}\right) = -90^\circ = -\frac{\pi}{2}$$

الصيغة القطبية

$$Z = r [\cos \theta + i \sin \theta] = 3 \left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

أويلر

$$Z = r \cdot e^{i\theta} = 3 \cdot e^{-\frac{\pi}{2}i}$$

* قسمة عددين مركبين نقوم بالضرب في مرافق المقام

$$Z = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^3 \rightarrow \frac{1+i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i}$$

$$= \frac{1+i+i+i^2}{1-i^2} = \frac{1+i+i+(-1)}{(1+1)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$Z = (i)^3 = -i$$

$$X = 0, Y = -1$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0}\right) = -90^\circ = -\frac{\pi}{2}$$

$$Z = \frac{1}{4+9i} \times \frac{4-9i}{4-9i} = \frac{4-9i}{16-81i^2-1}$$

$$= \frac{4-9i}{16+81} = \frac{4-9i}{97} = \frac{4}{97} - \frac{9}{97}i$$

$$X = \frac{4}{97}, Y = -\frac{9}{97}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{97}\right)^2 + \left(-\frac{9}{97}\right)^2} = 0.1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-\frac{9}{97}}{\frac{4}{97}}\right) = -66^\circ$$

* عند جمع أو طرح عددين مركبين ← عدد مركب

* عند ضرب عدد مركب في المرافق يتأخر ← قيمة حقيقية

نظرية دي موافر

$$Z^n = r^n [\cos n\theta + i \sin n\theta]$$

عدد صحيح

$$Z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos \left(\frac{\theta + 2\pi K}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2\pi K}{n} \right) \right]$$

كسري

تمارين

أوجد الجذور الخمسة الأولى للواحد الصحيح

$$Z = 1^{\frac{1}{5}}$$

$$x = 1, \quad y = 0$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0}{1} \right) = 0$$

$$Z^{\frac{1}{5}} = r^{\frac{1}{5}} \left[\cos \left(\frac{0 + 2\pi K}{5} \right) + i \sin \left(\frac{0 + 2\pi K}{5} \right) \right]$$

$$\text{Let } K = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\text{at } k=0$$

$$z_1^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} [\cos(0) + i \sin(0)] = 1^{\frac{1}{5}} [1 + 0]$$

$$\text{at } k=1$$

$$z_2^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} [\cos(\frac{2\pi}{5}) + i \sin(\frac{2\pi}{5})]$$

$$\text{at } k=2$$

$$z_3^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} [\cos(\frac{4\pi}{5}) + i \sin(\frac{4\pi}{5})]$$

$$\text{at } k=3$$

$$z_4^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} [\cos(\frac{6\pi}{5}) + i \sin(\frac{6\pi}{5})]$$

$$\text{at } k=4$$

$$z_5^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} [\cos(\frac{8\pi}{5}) + i \sin(\frac{8\pi}{5})]$$

أوجد جذور المعادلات التالية :

$$x^4 + i = 0, \quad x^4 = -i, \quad x = (-i)^{\frac{1}{4}}$$

$$x = 0, \quad y = -1$$

$$r = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0}\right) = \frac{3\pi}{2} = \frac{-\pi}{2}$$

$$z^{\frac{1}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} \left[\cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi K}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi K}{4} \right) \right]$$

Let $K = 0, 1, 2, 3$

$$\text{at } K=0 \\ z_1^{\frac{1}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} \left[\cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2}}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2}}{4} \right) \right]$$

$$\text{at } K=1 \\ z_2^{\frac{1}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} \left[\cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{4} \right) \right]$$

$$\text{at } K=2 \\ z_3^{\frac{1}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} \left[\cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{4} \right) \right]$$

$$\text{at } K=3 \\ z_4^{\frac{1}{4}} = 1^{\frac{1}{4}} \left[\cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 6\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 6\pi}{4} \right) \right]$$

$$x^6 - 1 = 0, \quad x^6 = 1, \quad x = 1^{\frac{1}{6}}$$

$$x = 1, \quad y = 0$$

$$r = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{0}{1} \right) = 0$$

$$z^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos \left(\frac{2\pi K}{6} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi K}{6} \right) \right]$$

Let $K = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

at $K=0$

$$z_1^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos(0) + i \sin(0) \right] = 1^{\frac{1}{6}} [1 + 0]$$

at $K=1$

$$z_2^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos \left(\frac{2\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{2\pi}{6} \right) \right]$$

at $K=2$

$$z_3^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos \left(\frac{4\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{4\pi}{6} \right) \right]$$

at $K=3$

$$z_4^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos(\pi) + i \sin(\pi) \right]$$

at $K=4$

$$z_5^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos \left(\frac{8\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{8\pi}{6} \right) \right]$$

at $K=5$

$$z_6^{\frac{1}{6}} = 1^{\frac{1}{6}} \left[\cos \left(\frac{10\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{10\pi}{6} \right) \right]$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4 \rightarrow \frac{1+i}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} = \frac{1+i+i+i^2}{1-i^2}$$

$$= \frac{1+2i-1}{1+1} = i$$

$$z = (i)^4 = 1$$

$$x = 1, y = 0$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0}{1}\right) = 0$$

$$z = (1)^{\frac{1}{7}}$$

أوجد الجذور 7 للواحد الصحيح

$$x = 1, y = 0$$

$$r = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0}{1}\right) = 0$$

$$z^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{7}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi k}{7}\right) \right]$$

$$\text{Let } k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

ملاحظات يومية

Tasks

مهام

$$\text{at } k=0$$

$$Z_1^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(-\frac{0}{7}\right) + i \sin\left(-\frac{0}{7}\right) \right] = 1^{\frac{1}{7}} [1 + 0]$$

$$\text{at } k=1$$

$$Z_2^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{7}\right) \right]$$

$$\text{at } k=2$$

$$Z_3^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{4\pi}{7}\right) \right]$$

$$\text{at } k=3$$

$$Z_4^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{6\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{6\pi}{7}\right) \right]$$

$$\text{at } k=4$$

$$Z_5^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{8\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{8\pi}{7}\right) \right]$$

$$\text{at } k=5$$

$$Z_6^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{10\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{10\pi}{7}\right) \right]$$

$$\text{at } k=6$$

$$Z_7^{\frac{1}{7}} = 1^{\frac{1}{7}} \left[\cos\left(\frac{12\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{12\pi}{7}\right) \right]$$

$$x^3 + i = 0, \quad x^3 = -i, \quad x = (-i)^{\frac{1}{3}}$$

$$x = 0, \quad y = -1$$

$$r = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{0}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

$$z^{\frac{1}{3}} = 1^{\frac{1}{3}} \left[\cos\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi K}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi K}{3}\right) \right]$$

$$\text{Let } K = 0, 1, 2$$

$$\text{At } K = 0$$

$$z_1^{\frac{1}{3}} = 1^{\frac{1}{3}} \left[\cos\left(-\frac{\frac{3\pi}{2}}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\frac{3\pi}{2}}{3}\right) \right]$$

$$\text{at } K = 1$$

$$z_2^{\frac{1}{3}} = 1^{\frac{1}{3}} \left[\cos\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{3}\right) \right]$$

$$\text{at } K = 2$$

$$z_3^{\frac{1}{3}} = 1^{\frac{1}{3}} \left[\cos\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{3}\right) \right]$$

$$x^5 - 1 = 0, \quad x^5 = 1, \quad x = 1^{\frac{1}{5}}$$

$$x = 1, \quad y = 0$$

$$r = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0}{1}\right) = 0$$

$$z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} \left[\cos\left(\frac{2\pi k}{5}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi k}{5}\right) \right]$$

$$\text{Let } z = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\text{at } z = 0$$

$$z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} \left[\cos\left(\frac{0}{5}\right) + i \sin\left(\frac{0}{5}\right) \right] = 1^{\frac{1}{5}} [1 + 0]$$

$$\text{at } z = 1$$

$$z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) \right]$$

$$\text{at } z = 2$$

$$z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} \left[\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) \right]$$

$$\text{at } z = 3$$

$$z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} \left[\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) \right]$$

$$\text{at } z = 4$$

$$z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} \left[\cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{8\pi}{5}\right) \right]$$

المحددات

$$\Delta \begin{cases} 2 \times 2 \\ 3 \times 3 \\ \text{عمود صف} \end{cases}$$

بفك المحدد الثلاثي ازاى ← عناصر القطر الرئيسى - عناصر القطر الفرعى

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 6 = -2$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = -4 - (-12) = 8$$

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -12 - 6 = -18$$

بفك المحدد الثلاثى ازاى ← نستخدم قاعدة الإشارات + - +
هنبقى صف مع عمود ونشوف الباقي كام

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2(1-2) - 3(-4+3) - 2(8-3)$$

$$= -2 + 3 - 10 = -9$$

طريقة كرامر

$$2X + 3Y - 4Z = 3$$

$$X - 6Z = 4$$

$$2Y + 5Z = 5$$

محدد النظام

$$\Delta = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2(0+12) - 3(5-0) - 4(2-0) = 1$$

$$\Delta X = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & 0 & -6 \\ 5 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 3(0+12) - 3(20+30) - 4(8-0) = -146$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & 4 & -6 \\ 0 & 5 & 5 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 5 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & -6 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 2(20+30) - 3(5-0) - 4(5-0) = 65$$

Tasks

مهام

Daily Notes

ملاحظات يومية

$$\Delta Z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2(0 - 8) - 3(5 - 0) + 3(2 - 0) = -25$$

$$X = \frac{\Delta X}{\Delta} = \frac{-146}{1} = -146$$

$$Y = \frac{\Delta Y}{\Delta} = \frac{65}{1} = 65$$

$$Z = \frac{\Delta Z}{\Delta} = \frac{-25}{1} = -25$$

المصفوفات

$$\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{m \times n}$$

عمود صف

المصفوفة المربعة $\leftarrow$ عدد صفوفها = عدد أعمدها
 m n

المصفوفة الغير مربعة $\leftarrow$ عدد صفوفها $\neq$ عدد أعمدها
 m n [ليست لها معكوس]

المصفوفة الصفرية $\leftarrow$ مصفوفة كل عناصرها أصفار [0]

مصفوفة الوحدة $\leftarrow$ مصفوفة عناصر القطر الرئيس = 1 وباقي العناصر أصفار (I)

المصفوفة القطرية $\leftarrow$ مصفوفة عناصر القطر الرئيس بأرقام وباقي العناصر أصفار (diag)

منقول/مدور المصفوفة $\leftarrow$ هو جعل المصفوف أعمدة أو الأعمدة صفوف (A^T)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المتماثلة $\leftarrow A = A^T$

$$A = -A^T$$

المصفوفة شبه المتماثلة أو غير متماثلة

Tasks	مهام
☐ $A^T T$	☐
☐ $A^T = A$	☐
☐ $A^T T T$	☐
☐ $A^T T T = -A$	☐

$$K \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_a & K_b \\ K_c & K_d \end{bmatrix}$$

ثابت

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$$

معكوس المصفوفة (A^{-1})

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$$

المصفوفة المرافقة
الحد

$$= \frac{\text{adj } A}{|A|}$$

المصفوفة المرافقة $\rightarrow$ يتبدل عناصر القطر الرئيسي ويتغير إشارة الباقي

Daily Notes

ملاحظات يومية

شرط جمع وطرح مصفوفتين
لابد أن يكون لهما نفس الدرجة

Tasks

مهام

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

أوجد معكوس المصفوفة

$$|A| = 4 - 6 = -2$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}}{-2}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

أوجد معكوس المصفوفة

$$|A| = 14 - 24 = -10$$

$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}}{-10}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-7}{10} & \frac{6}{10} \\ \frac{4}{10} & \frac{-2}{10} \end{bmatrix}$$

ضرب مصفوفتين لا بد أن يكون عدد أعمدة المصفوفة الأولى = عدد صفوف المصفوفة الثانية

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} -10 & 5 \\ -22 & 13 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$-2 - 8 = -10 \quad \text{الصف 1} \times \text{العمود 1}$$

$$3 + 2 = 5 \quad \text{الصف 1} \times \text{العمود 2}$$

$$-6 - 16 = -22 \quad \text{الصف 2} \times \text{العمود 1}$$

$$9 + 4 = 13 \quad \text{الصف 2} \times \text{العمود 2}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$$

$$1 + 6 = 7 \quad \text{الصف 1} \times \text{العمود 1}$$

$$2 + 8 = 10 \quad \text{الصف 1} \times \text{العمود 2}$$

$$3 + 12 = 15 \quad \text{الصف 2} \times \text{العمود 1}$$

$$6 + 16 = 22 \quad \text{الصف 2} \times \text{العمود 2}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 4 & -11 \end{bmatrix}$$

$$4 - 12 = -8 \quad \text{الصف 1} \times \text{العمود 1}$$

$$-6 + 3 = -3 \quad \text{الصف 1} \times \text{العمود 2}$$

$$8 + (-4) = 4 \quad \text{الصف 2} \times \text{العمود 1}$$

$$-12 + 1 = -11 \quad \text{الصف 2} \times \text{العمود 2}$$

المصفوفة الشاذة $\rightarrow$ مصفوفة محددها $= 0$ $(|A| = 0)$ $\rightarrow$ ليس لها معكوس

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

* ضرب المصفوفات غير إبدالي: $AB \neq BA$

أوجد معكوس المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|A| = 4 \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 4(6 - 0) = 24$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -12 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & -8 & 24 \end{bmatrix}$$

مدرسة الصفوف المرافقة للـ

$$(adj A)^T = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & -8 \\ -12 & 6 & 24 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & -8 \\ -12 & 6 & 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

أوجد معكوس المصفوفة.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 7 & 5 & -4 \\ 9 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} |A| &= 4 \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 4(30 + 8) - 2(42 + 36) + 3(14 - 45) \\ &= 152 - 156 - 93 = -97 \end{aligned}$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & 2 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 2 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & -4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 38 & -78 & -31 \\ -6 & -3 & 10 \\ -23 & 37 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(\text{adj } A)^T = \begin{bmatrix} 38 & -6 & -23 \\ -78 & -3 & 37 \\ -31 & 10 & 6 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-97} \begin{bmatrix} 38 & -6 & -23 \\ -78 & -3 & 37 \\ -31 & 10 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-38}{97} & \frac{6}{97} & \frac{23}{97} \\ \frac{78}{97} & \frac{3}{97} & \frac{-37}{97} \\ \frac{31}{97} & \frac{-10}{97} & \frac{-6}{97} \end{bmatrix}$$